

Задание 3 — Решения

1. В случае движения тела в поле силы тяжести и горизонтальной силы сопротивления движению закон движения тела, брошенного с начальной скоростью V_0 под углом α , выглядит следующим образом:

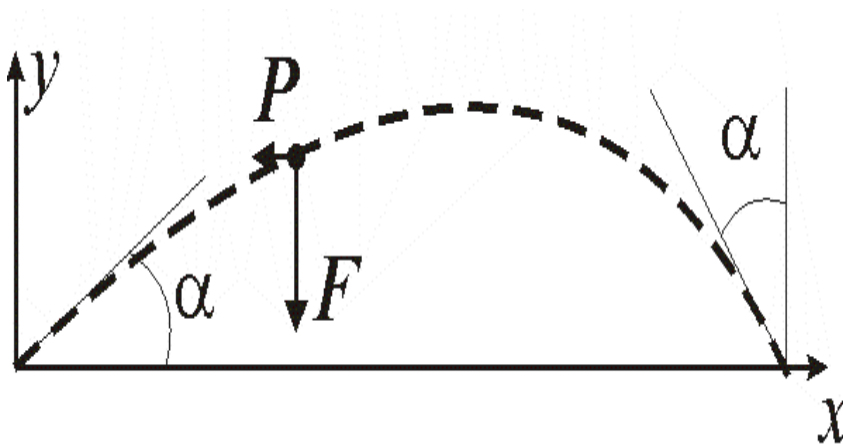
$$\begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha - \frac{F}{m}t, \\ V_y = V_0 \sin \alpha - \frac{P}{m}t, \\ x = V_0 \cos \alpha t - \frac{F}{m} \frac{t^2}{2}, \\ y = V_0 \sin \alpha t - \frac{P}{m} \frac{t^2}{2} \end{cases}$$

Для момента времени $t = t_1$, когда мяч подлетает к партнеру $y = 0$, закон движения сводится к системе уравнений

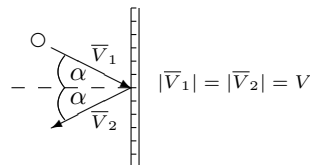
$$\begin{cases} t_1 = \frac{2V_0 \sin \alpha}{\frac{P}{m}}, \\ \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{V_0 \sin \alpha - \frac{P}{m} t_1}{V_0 \cos \alpha - \frac{F}{m} t_1}. \end{cases}$$

Отсюда после некоторых преобразований получим:

$$\frac{F}{P} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}.$$



2. Если бы стенка была гладкой, то тело, подлетающее под углом α , упруго ударившись, отлетало бы под таким же углом к нормали поверхности стены (см. рисунок). В этом случае импульс силы удара направлен по нормали. Погасить составляющую импульса тела, направленную вертикально вниз, можно только за счет силы трения, причем импульс этой силы должен равняться $mV \sin \alpha$.



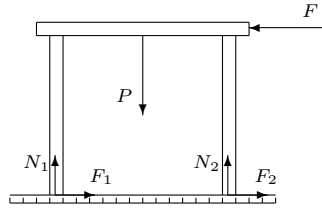
3. При прочих равных условиях сломается та ножка, на которую действует больший момент сил относительно точки крепления, то есть большая сила трения. Сила трения между ножками стола и полом пропорциональна силе нормального давления. Поэтому для ответа на поставленный в задаче вопрос необходимо оценить силу давления ножек на пол. Так как стол находится в положении равновесия — равномерного прямолинейного движения — сумма моментов сил относительно любой оси равна нулю. Запишем уравнения моментов относительно точек касания пола:

$$\begin{cases} P\frac{L}{2} - N_2L - Fh = 0, \\ P\frac{L}{2} - N_1L + Fh = 0, \end{cases}$$

где P — вес стола, N_1, N_2 — нормальная реакция опоры на передние и задние ножки соответственно, F — сила, с которой мальчики давили на стол, L — расстояния между передними и задними ножками стола, h — высота стола. Отсюда следует:

$$\begin{cases} N_1 = \frac{P}{2} + F\frac{h}{L}, \\ N_2 = \frac{P}{2} - F\frac{h}{L}. \end{cases}$$

Значит прав был Чукин.



4. Будем считать, что у мальчиков одинаковый вес. Если ребята прыгают одновременно, то по закону сохранения импульса можно записать:

$$0 = 2M(V - U) - mU,$$

где U — скорость тележки, V — скорость мальчика относительно тележки, M — масса мальчика, m — масса тележки, а $(V - U)$ — скорость мальчика относительно пола. Отсюда скорость тележки определяется формулой

$$U = \frac{2M}{2M+m}V. \quad (1)$$

Если ребята прыгают по очереди, то после прыжка первого из закона сохранения импульса получим следующее уравнение:

$$0 = M(V - U_1) - (M + m)U_1,$$

откуда для скорости тележки U_1 получим выражение:

$$U_1 = \frac{M}{2M+m}V.$$

Прыжок второго мальчика, описывается законом сохранения импульса следующим образом:

$$-(M + m)U_1 = -mU_2 + M(V - U_2).$$

Отсюда получим скорость тележки U_2 после прыжка второго мальчика:

$$U_2 = \left(\frac{M}{M+m} + \frac{M}{2M+m} \right) V. \quad (2)$$

Сравнение формул (1) и (2) показывает, что в первом случае скорость тележки будет меньше.

5. Максимальная сила трения покоя пропорциональна силе нормального давления. Сила давления пропорциональна близости положения пальца к центру тяжести швабры. Поэтому, тот палец, который будет ближе к центру тяжести, будет стоять на месте, а более удаленный — будет двигаться. В итоге оба пальца подойдут к точке центра тяжести и соединятся в этой точке. Из условия задачи следует, что центр тяжести делит древко в отношении 1 : 3, считая от места крепления поперечного бруска.