

Вторая Международная Универсиада по Механике и Стратегическим  
Информационным Технологиям (заочный тур)

Задачи по общей механике и математическому моделированию

1. В обрывке рукописи античного задачника по механике сформулирована следующая задача. Царь Сиракуз предложил механику Архимеду обдумать возможность построения ступенчатой пирамиды, которая дотянулась бы до неба. В основании пирамиды должен быть положен куб с ребром длины  $a$ , на него куб с ребром длины  $a/2$ , затем -  $a/3$  и так далее. Перед Архимедом были поставлены следующие вопросы: а) Можно ли построить такую пирамиду, чтобы она дотянулась "до неба"? б) Хватит ли в Тринакрии материала на ее строительство (глины, песка)? в) Хватит ли краски, чтобы окрасить пирамиду? г) Хватит ли беличьих кистей, чтобы покрасить все наружные грани кубов, если одной кисти (по причине износа) хватает на  $b$  погонных метров? Царь заверил, что ресурсов хватит, если только их не потребуется бесконечно много. Ответы к задачнику считаются утраченными во время осады Сиракуз римлянами. Восстановите решение поставленной задачи со всеми необходимыми обоснованиями

2. Снаряд движется с постоянной скоростью  $V$  в сопротивляющейся среде, имеющей постоянную температуру  $T_c$ . Скорость изменения температуры  $T$  его поверхности зависит от суммы двух величин, первая из которых пропорциональна первой степени скорости с коэффициентом  $k$ ,  $k > 0$ , и вторая — разность температур  $T_c$  и  $T$  с коэффициентом  $s$ ,  $s > 0$ . Оцените: а) температуру поверхности снаряда через секунду после начала движения; б) температуру поверхности снаряда через час после начала движения. Считать, что начальная температура поверхности снаряда равна  $20^\circ C$  и равна температуре окружающей среды,  $V = 100$  м/с,  $k = 0.005$  К/м,  $s = 0.1$  с<sup>-1</sup>.

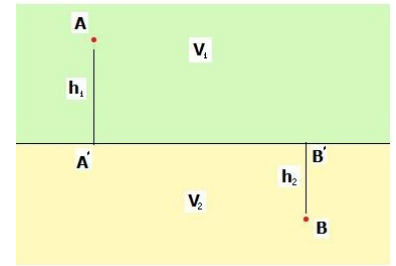
Задачи по механике жидкости и газа

3. В дом поступает по трубе вода с температурой  $20^\circ C$ . Далее труба разделяется на два параллельных отрезка одинаковой длины, один из которых проходит через термостат с температурой  $100^\circ C$ , а в другом вода сохраняет исходную температуру. Перед выходным краном вода из обоих отрезков смешивается. Если пустить воду с максимальным расходом через горячий отрезок, температура воды на выходе будет  $40^\circ C$ . а) Какова будет температура воды на выходе, если через оба отрезка будет проходить одинаковое количество воды? б) Определите температуру на выходе при произвольном соотношении расходов, прошедших через трубы. Суммарный расход воды во всех случаях одинаковый.

4. На поверхности слоя вязкой несжимаемой жидкости толщины  $H$  находится диск радиуса  $R \gg H$ . Диск раскручивают до достаточно большой угловой скорости  $\Omega$  и отпускают. Определите вид зависимости угловой скорости диска от времени на небольшом начальном промежутке времени после отпуска и на большом промежутке времени. Какой промежуток времени можно назвать «большим»? Какую начальную угловую скорость можно назвать «большой»? Параметры жидкости: плотность  $\rho$ , вязкость  $\mu$ .

## Задачи по программированию и информационным технологиям

5. Осуществите численную процедуру расчета минимального времени в условиях следующей задачи: «Пункт  $A$  расположен на лугу, пункт  $B$  — на песчаной пустоши. Расстояние между пунктами равно 24 км. Границей пустоши и луга является прямая линия. Расстояние от пункта  $A$  до границы равно 8 км, расстояние от пункта  $B$  до границы равно 4 км. Найти минимальное время, за которое пешеход попадет из пункта  $A$  в пункт  $B$ , если его максимальная скорость по пустоши равна 3 км/час, а по лугу — 6 км/час.»



Сделайте это двумя способами.

А) Получите функциональное уравнение для искомой величины и решите это уравнение численно.

Б) Предложите алгоритм и компьютерный код для прямого численного расчета искомой величины.

6. Вычислите фрактал с помощью технологий параллельного программирования OpenMP, или CUDA на языках программирования высокого уровня — C, или Фортране 95/2003. Покажите ускорение по сравнению с расчетами на одноядерном компьютере.

Фрактал Julia — это граница некоторого класса функций комплексного переменного. Суть вычисления фрактала состоит в следующем. Точка не является частью фрактала, если в процессе вычислений получается расходящаяся последовательность. Если последовательность остается ограниченной, точка принадлежит фракталу.

Формула для вычисления фрактала:

$$Z_{n+1} = Z_n^2 + C$$

Здесь  $C$  — константа (взять значение  $= -0.8 + 0.156i$ ). Нарисовать получившийся фрактал.

При решении последней задачи может оказаться полезной следующая литература:

1. Антонов А.С. Параллельное программирование с использованием технологии OpenMP. Издательство Московского университета, 2009 г., 76 стр.
2. Боресков А.В., Харламов А.А. Основы работы с технологией CUDA. Издательство ДМК, Москва, 2011г., 230 стр.
3. Рыбакин Б.П. Параллельное программирование для графических ускорителей. Москва, НИИСИ РАН, 2011 г., 262 стр.